

INSTYTUT ŁĄCZNOŚCI

KOŁO ZAKŁADOWE STOWARZYSZENIA ELEKTRYKÓW POLSKICH

Na prawach rękopisu

REFERATY PROBLEMOWE

Zeszyt 63

Zofia Rau

O WYBORZE SCHEMATU INTERKOMPARACJI WZORCA GRUPOWEGO

Warszawa 1983

Zespół Redakcyjny:

dr inż. Stanisław Sońta, mgr inż. Andrzej Stagrowski

mgr inż. Krystyna Frączek

Opracowała:

mgr inż. Zofia Rau

Centralna Izba Pomiarów Telekomunikacyjnych /Z-12/

Instytut Łączności

o4-894 Warszawa, ul. Szachowa 1, tel. 128-401

Praca 1.1.05.A.

Opiniował: prof. dr inż. Jerzy Dudziewicz

Maszynopis dostarczono dnia 3.XI.1983 r.

Przedstawiono metodę racjonalnego planowania eksperymentu interkomparacji wzorca grupowego. Omówiono kryteria wyboru schematu interkomparacji, wprowadzono pojęcie sprawności schematu interkomparacji, podano wyniki obliczeń tej sprawności dla schematów symetrycznych przy liczebności wzorca grupowego od 4 do 12 i dla niektórych schematów niesymetrycznych, stosowanych przy interkomparacji grupowego przetwornika, oraz omówiono wyniki zastosowania różnych schematów interkomparacji w praktyce laboratoriów metrologicznych PKNMiJ i CIPT.

Redaktor: mgr K.Juszkiewicz

Montaż tekstu: B.Skwara

Wpłynęło do Działu Wydawniczego Instytutu Łączności
w Warszawie, ul. Szachowa 1 dnia 15.XII.1983 r.
Nakład 40 egz.

Zofia Rau

O WYBORZE SCHEMATU INTERKOMPARACJI WZORCA GRUPOWEGO

SPIS TREŚCI

	Str.
1. Wstęp	1
2. Schemat interkomparacji	1
3. Konstrukcja schematu interkomparacji	4
4. Znaczenie wyboru schematu interkomparacji	8
5. Kryteria wyboru schematu interkomparacji	12
6. Sprawność schematu interkomparacji wzorca grupowego	14
7. Wybór schematu na podstawie kryterium SSI	15
8. Schematy interkomparacji w praktyce laboratoriów metrologicznych CIPT i PKNMiJ	19
Wykaz literatury	20

Zofia Rau

O WYBORZE SCHEMATU INTERKOMPARACJI WZORCA GRUPOWEGO

1. WSTĘP

Artykuł ten, drugi z cyklu poświęconego zagadnieniom interkomparacji wzorców grupowych, przedstawia metodę racjonalnego planowania eksperymentu interkomparacji. Metoda ta została sprawdzona w praktyce - zastosowano ją do interkomparacji grupowego wzorca napięcia stałego Polskiego Komitetu Normalizacji, Miar i Jakości /PKNMiJ/ oraz do interkomparacji grupowego przetwornika napięcia przemiennego na stałe znajdującego się w Centralnej Izbie Pomiarów Telekomunikacyjnych /CIPT/, w Instytucie Łączności.

W artykule omówiono kryteria wyboru schematu interkomparacji, wprowadzono pojęcie sprawności schematu interkomparacji /SSI/, podano wyniki obliczeń SSI dla schematów symetrycznych przy liczebności wzorca grupowego od 4 do 12 i dla niektórych schematów niesymetrycznych, stosowanych przy interkomparacji grupowego przetwornika, oraz omówiono wyniki zastosowania różnych schematów interkomparacji w praktyce laboratoriów metrologicznych PKNMiJ i CIPT.

Należy podkreślić, że sprawność schematu interkomparacji jest ściśle związana ze sposobem opracowania wyników interkomparacji. Wszystkie stwierdzenia zawarte w tym artykule odnoszą się do opracowania wyników interkomparacji metodą najmniejszej sumy kwadratów. Stosowane algorytmy przedstawiono w pierwszym artykule tego cyklu [7].

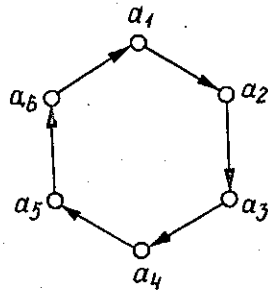
2. SCHEMAT INTERKOMPARACJI

Przypomnijmy, że interkomparacja jest to procedura pomiarowa, polegająca na pomiarze różnic wartości /wielkości fizycznej lub parametru/ reprezentowanych przez poszczególne

elementy wzorca grupowego, wzięte parami według określonego porządku, i na obliczeniu aktualnych wartości tych elementów na podstawie wyników tych pomiarów i danej wartości grupowej.

Schemat interkomparacji nie oznacza schematu układu pomiarowego, lecz określa plan eksperymentu, porządek porównań. Jest to uporządkowana struktura określająca sposób doboru elementów wzorca grupowego do porównań parami. Schemat interkomparacji może być przedstawiony graficznie /por. rys.1/ lub w postaci macierzy schematu interkomparacji.

Schemat interkomparacji przedstawiony na rys. 1. określa plan interkomparacji w sposób następujący:



Rys. 1. Schemat interkomparacji

- interkomparacja dotyczy sześciu elementów wzorca grupowego reprezentujących wartości a_1, \dots, a_6 pewnej wielkości fizycznej;
- wykonuje się sześć pomiarów różnic

$$r_1 = a_1 - a_2$$

$$r_2 = a_2 - a_3$$

$$r_3 = a_3 - a_4$$

$$r_4 = a_4 - a_5$$

$$r_5 = a_5 - a_6$$

$$r_6 = a_6 - a_1$$

Ogólnie $\overset{i}{\underset{a_k}{\circ}} \xrightarrow{\quad} \overset{1}{\underset{a_1}{\circ}}$ oznacza pomiar różnicy $r_i = a_k - a_1$. a_1 odnosi się do tzw. "elementu odniesienia" w danym pomiarze, a_k - do tzw. "elementu porównywanego".

Ten sam schemat można przedstawić w postaci macierzy schematu interkomparacji X . Wiersze tej macierzy odpowiadają kolejnym pomiarom, a kolumny - porównywanym elementom. Macierz schematu interkomparacji jest macierzą współczynników występujących przy niewiadomych wartościach odnoszących się do poszczególnych elementów wzorca grupowego w równaniach odpowiadających kolejnym pomiarom. Tak więc, jeżeli równanie i -tego pomiaru ma postać $r_i = a_k - a_1$, w i -tym wierszu macierzy schematu interkomparacji wyraz znajdujący się w k -tej kolumnie $x_{ik} = 1$, a wyraz znajdujący się w 1 -tej kolumnie $x_{i1} = -1$. Wszystkie inne wyrazy w tym wierszu macierzy równe są zeru.

Macierz interkomparacji dla schematu przedstawionego na rys. 1 jest więc następująca:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Układ równań odpowiadających pomiarom można przedstawić w postaci macierzowej

$$X \cdot A = R \quad /1/$$

gdzie $A = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_k \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix}$ jest to wektor nieznanymi wartościami m elementów wzorca grupowego,

$R = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_1 \\ \vdots \\ r_n \end{bmatrix}$ jest to wektor wyników n pomiarów wykonanych w trakcie interkomparacji

Wymiar macierzy schematu interkomparacji X jest oczywiście $n \times m$. Jest to macierz niepełnego rzędu. Aby układ równań /1/ można było rozwiązać /znaleźć wektor estymatorów \hat{A} /, potrzebne jest dodatkowe równanie, tzw. równanie definicyjne wzorca grupowego, określające sposób tworzenia wartości grupowej (\bar{A})

$$\bar{A} = \sum_{k=1}^m g_k a_k \quad /2/$$

gdzie

\bar{A} jest to wartość grupowa wzorca, g_k / $k=1, \dots, m$ / są to wagi przypisane poszczególnym elementom wzorca grupowego.

W postaci wektorowej równanie definicyjne zapisuje się w sposób następujący

$$G^T \cdot A = \bar{A} \quad /3/$$

gdzie G^T jest transponowanym wektorem wag $G^T = [g_1 \dots g_k \dots g_m]$

Schemat interkomparacji i równanie definicyjne wzorca grupowego określają plan interkomparacji - tj. sposób wykonywania pomiarów i układ równań, których rozwiązanie stanowi wyniki interkomparacji.

3. KONSTRUKCJA SCHEMATU INTERKOMPARACJI

Schemat interkomparacji przedstawiony na rys. 1 jest tzw. schematem prostym - każdy element bierze udział w pomiarach nie więcej niż 2 razy - i symetrycznym - wszystkie elementy wzorca grupowego są równouprawnione. Liczba możliwych różnych schematów prostych / h / wzrasta wraz z liczbą elementów wzorca grupowego / m / i wynosi:

dla parzystych liczebności grupy $h = \frac{m}{2}$

dla nieparzystych liczebności grupy $h = \frac{m-1}{2}$

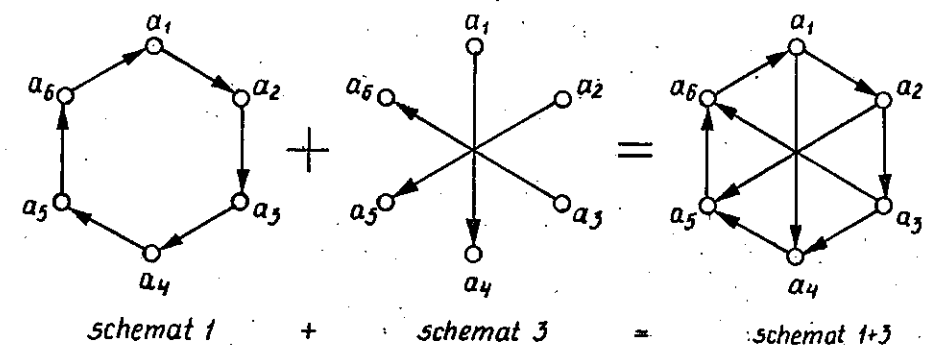
/Schematów interkomparacji różniących się kierunkiem strzałek, tj. takich, w których role elementu odniesienia i elementu porównywanego zostały zamienione, nie uważa się za schematy różne/.

Na rys. 2 pokazano schematy proste dla liczebności wzorca grupowego od 3 do 12.

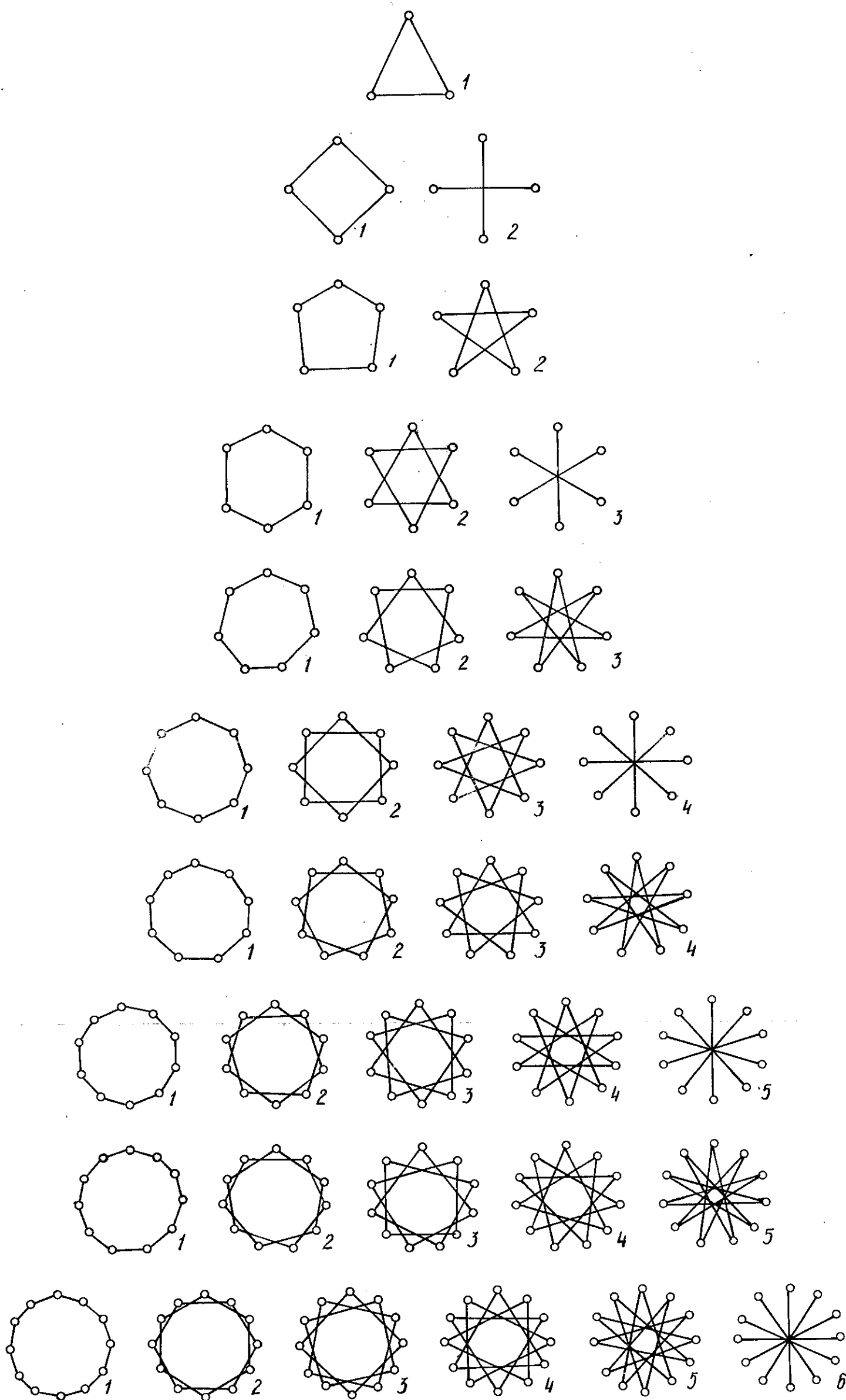
Ze schematów prostych, metodą superpozycji, można tworzyć schematy kombinowane /por. rys. 3/. Liczba wszystkich możliwych schematów interkomparacji / z / przy danej liczebności grupy / m / jest równa

$$z = \sum_{i=1}^h \frac{h!}{(h-i)! i!}$$

Wyniki obliczeń z dla $m = 3, 4, \dots, 12$ podano w tablicy 1.



Rys. 3. Konstrukcja schematu kombinowanego



Rys. 2. Proste, symetryczne schematy interkomparacji wzorców grupowych o liczebności od 3 do 12

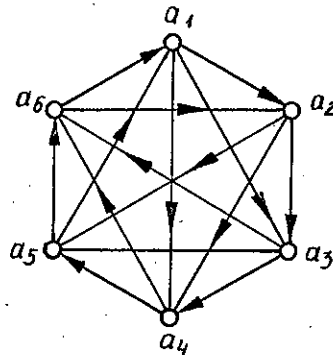
Tablica 1

Liczba symetrycznych schematów interkomparacji /z/ w zależności od liczebności wzorca grupowego / m /.

m	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
z	1	3	3	7	7	15	15	31	31	63

Szczególnym przypadkiem schematu kombinowanego jest schemat pełny, /por. rys. 4/, który składa się ze wszystkich, możliwych przy danej liczebności grupy, schematów prostych. Liczba pomiarów w tym schemacie wynosi

$$n = \frac{m(m-1)}{2}$$



Rys. 4. Schemat pełny

Symetryczne schematy interkomparacji wygodnie jest oznaczać cyframi odpowiadającymi sposobowi ich tworzenia. Na przykład schemat 1 oznacza taki schemat, w którym każdy element k wzorca grupowego porównuje się z elementami o numerach $k-1$ i $k+1$, w schemacie 2 porównuje się elementy k i $k-2$ oraz k i $k+2$ itp.

Odpowiednio schematy kombinowane oznacza się sumą cyfr odpowiadających tworzącym je schematom prostym - na przykład $1 + 2$ oznacza schemat kombinowany utworzony ze schematów prostych 1 i 2.

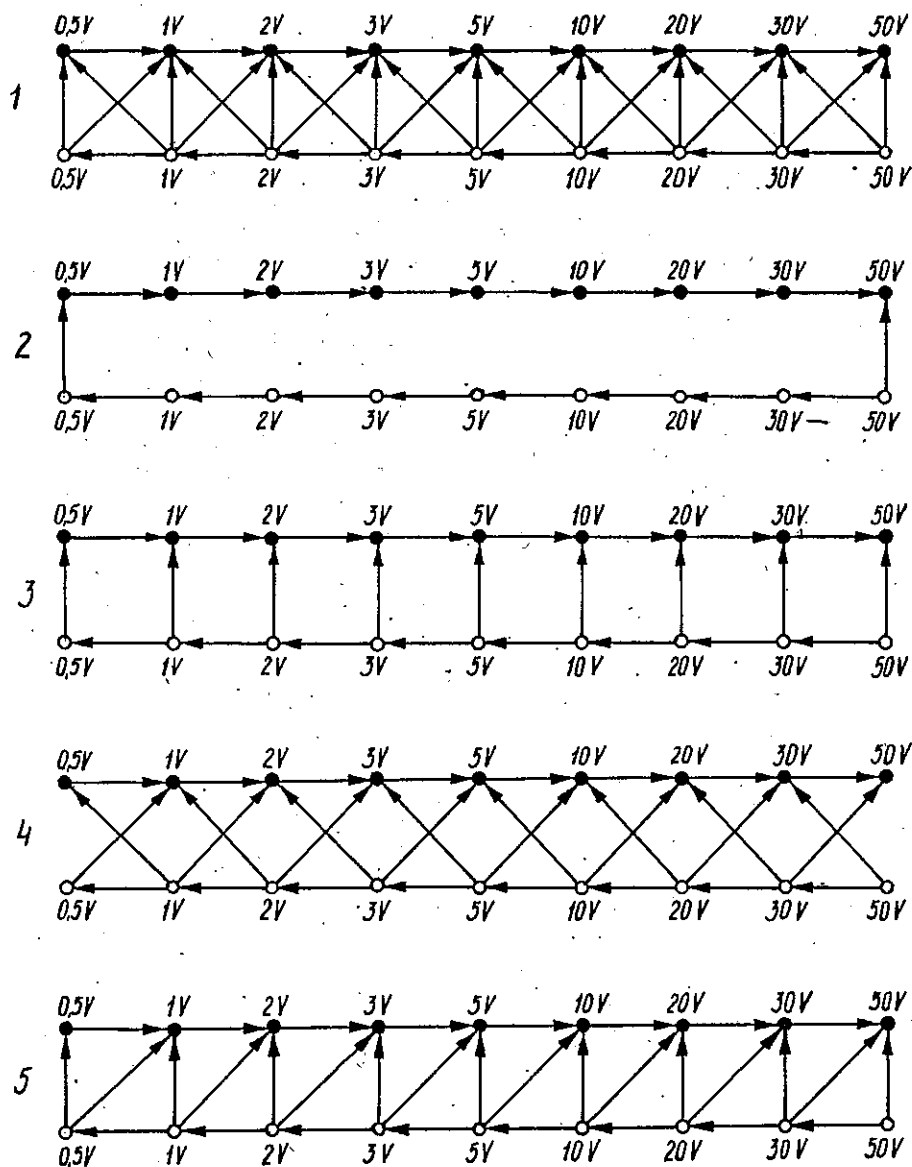
Schematy symetryczne stosuje się przy interkomparacji wzorców grupowych o nieograniczonej porównywalności elementów, np. przy interkomparacji grupowego wzorca napięcia stałego złożonego z ogniw Westona tego samego rodzaju. Wybór schematu interkomparacji polega wtedy na wskazaniu tego schematu z ograniczonej ich liczby, który spełnia określone kryteria. Jednakże nie zawsze mogą być stosowane symetryczne schematy interkomparacji. Niekiedy nie wszystkie elementy wzorca grupowego są wzajemnie porównywalne. Tak jest w przypadku grupowego przetwornika napięcia przemiennego na stałe znajdującego się w CIPT, który składa się z 2 zestawów przetworników o różnym znamionowym napięciu wejściowym /po 9 sztuk w zestawie/.

Na rys. 5 przedstawiono schematy interkomparacji dla tego grupowego przetwornika. W tym przypadku wybór schematu jest ograniczony specyfiką wzorca.

4. ZNACZENIE WYBORU SCHEMATU INTERKOMPARACJI

Wybór schematu interkomparacji jest ważny, ponieważ decyduje o pracochłonności pomiarów i wpływa na niepewność estymatorów wartości poszczególnych elementów wzorca grupowego. Pierwsze stwierdzenie jest oczywiste, gdyż schemat interkomparacji określa liczbę pomiarów. Drugie stwierdzenie również wydaje się słuszne - eksperymentator spodziewa się, że wybierając schemat bardziej złożony, o większej liczbie pomiarów, "bogatszy", uzyska zmniejszenie niepewności estymatorów wartości elementów wzorca grupowego. Nie należy jednak zapominać, że obok wyboru schematu interkomparacji na niepewność tę wpływają

- niepewność pomiarów
- niepewność wartości grupowej.



Rys. 5. Schematy interkomparacji grupowego przetwornika napięcia przemiennego na stałe

Gdy w procedurze interkomparacji wzorca grupowego pomiary wykonane są niedbale i charakteryzują się dużym rozrzutem wyników, gdy zdarzają się błędy nadmierne, a błędy systematyczne nie zostały wykryte i wyeliminowane, nie można się spodziewać małej niepewności estymatorów wartości elementów wzorca grupowego nawet po zastosowaniu schematu interkomparacji o największej liczbie pomiarów, czyli schematu pełnego.

O roli niepewności wartości grupowej na ogół w literaturze nie wspomina się. Wynika to stąd, że rutynowe algorytmy interkomparacji [7] opierają się m.in. na założeniu o nieskończenie małej niepewności wartości grupowej. Równanie definicyjne wartości grupowej [3] traktuje się zazwyczaj jako warunek narzucony na rozwiązanie układu równań [1] metodą najmniejszej sumy kwadratów, a nie jako jedno z równań rozwiązywanych tą metodą. Jest to jednak często postępowanie niesłuszne. Niepewność wartości grupowej $s(\bar{A})$ jest zwykle mniejsza niż niepewność s pomiarów wykonywanych w trakcie interkomparacji, lecz jest z nią porównywalna. W takim razie /por. [7]/ macierz kowariancji S estymatorów \hat{A} można oszacować z zależności

$$S(\lambda) = \left\{ x_r^T W_r x_r \right\}^{-1} s^2 \quad /5/$$

gdzie

$$x_r = \begin{bmatrix} -x \\ G^T \end{bmatrix} \quad /6/$$

$$x_r^T = \begin{bmatrix} x^T & G \end{bmatrix} \quad /7/$$

s^2 - estymator niepewności pomiarów,

W_r - macierz wag przypisanych pomiarom i równaniu definicyjnemu.

Jeżeli pomiary są równodokładne, a waga przypisana równaniu definicyjnemu /w stosunku do wag pomiarów/ wynosi

$$w = \frac{s^2}{s^2(\bar{A})}, \text{ to}$$

$$w_r = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & w \end{bmatrix} \quad /8/$$

gdzie \mathbf{I} jest macierzą jednostkową.

Podstawiając /6,7,8/ do wzoru /5/ i wykonując mnożenie macierzy blokowych otrzymuje się

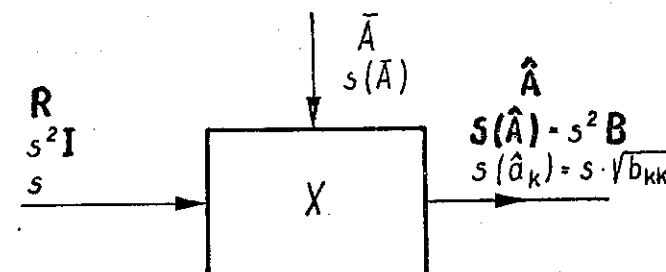
$$s(\hat{\mathbf{A}}) = \left\{ \mathbf{X}^T \mathbf{X} + w \cdot \mathbf{0} \cdot \mathbf{0}^T \right\}^{-1} s^2 \quad /9/$$

Osobliwość tego wzoru polega na tym, że nie istnieje macierz odwrotna do $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$ ani do $\mathbf{0} \mathbf{0}^T$. Gdy $w \rightarrow 0$ niepewność estymatorów $\hat{\mathbf{A}}$ rośnie nieskończenie, niezależnie od wyboru schematu interkomparacji. Gdy $w \rightarrow \infty$, macierz określona wzorem /9/ staje się osobliwa. Konieczne jest wtedy zastosowanie innej formuły obliczeniowej:

$$s(\hat{\mathbf{A}}) = \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{X}^T \mathbf{X} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \right\}^{-1} s^2 \quad /10/$$

Rola wyboru schematu jest wówczas największa, a niepewność estymatorów $\hat{\mathbf{A}}$ przy danym schemacie interkomparacji jest najmniejsza.

Poglądowo można przedstawić interkomparację tak, jak to pokazuje rys. 6. Niepewność danych wejściowych /n wyników pomiarów/ charakteryzuje odchylenie standardowe s lub macierz kowariancji $s^2 \mathbf{I}$, niepewność danych wyjściowych /estymatorów $\hat{\mathbf{A}}$ / charakteryzuje odchylenie standardowe s/\hat{a}_k dla $k = 1 \dots m$ lub macierz kowariancji $s^2 \mathbf{B}$.



Rys. 6. Relacje błędów w procedurze interkomparacji

$$s(\hat{a}_k) = \sqrt{b_{kk}} \cdot s \quad /11/$$

gdzie b_{kk} jest elementem diagonalnym macierzy \mathbf{B} a macierz \mathbf{B} odpowiada zawartości nawiasu klamrowego w /9/ lub /10/. Widać stąd, że elementy diagonalne macierzy \mathbf{B} pełnią rolę "przekładni dokładności" z wejścia na wyjście danych w procedurze interkomparacji.

Jeżeli schemat interkomparacji jest symetryczny, wszystkie elementy diagonalne b_{kk} są jednakowe. Wartość b_{kk} proponuje się nazwać przekładnią wariancyjną symetrycznego schematu interkomparacji.

Jeżeli schemat interkomparacji jest niesymetryczny, elementy diagonalne b_{kk} macierzy \mathbf{B} nie są jednakowe. Wprowadzimy jednak pojęcie średniej przekładni wariancyjnej \bar{b}_{kk}

$$\bar{b} = \bar{b}_{kk} = \frac{\sum b_{kk}}{m} \quad /12/$$

W przypadku gdy stosuje się wzór /10/, przekładnia wariancyjna schematu interkomparacji osiąga najmniejszą wartość. Ta wartość zostanie nazwana teoretyczną przekładnią wariancyjną schematu.

Sposób, w jaki wpływa wybór schematu interkomparacji na niepewność estymatorów \hat{A} , można więc scharakteryzować następująco:

- każdy schemat interkomparacji charakteryzuje się teoretyczną przekładnią wariancyjną, która pozwala ocenić metrologiczne walory schematu;
- w praktyce na przekładnię wariancyjną schematu wpływa waga wartości grupowej;
- jeżeli waga wartości grupowej jest mała, wpływ jej na przekładnię wariancyjną jest dominujący - przekładnia wariancyjna jest duża i nieomal jednakowa dla różnych schematów interkomparacji.

5. KRYTERIA WYBORU SCHEMATU INTERKOMPARACJI

Kryteria wyboru schematu interkomparacji mogą być ekonomiczne, metrologiczne /dokładnościowe/ lub łączne. Kryterium ekonomiczne, polegające na wyborze schematu o małej pracochłonności, prowadzi do wyboru schematów prostych. Kryterium metrologiczne odwrotnie - do wyboru schematu pełnego, ponieważ wówczas teoretyczna przekładnia wariancyjna jest najmniejsza [3,6]. Kryterium łączne może polegać na wyborze schematu, dla którego iloczyn liczby pomiarów i przekładni wariancyjnej jest najmniejszy tzn.

$$n \cdot b = \min \quad /13/$$

Kryterium to stosują Prowse i Anderson [5] oraz L. Bánkúti 1. W swojej pracy L. Bánkúti stwierdził, że przy danej liczbie elementów wzorca grupowego m nie istnieje schemat interkomparacji o mniejszej wartości iloczynu $n \cdot b$ niż schemat pełny; istnieją jednakże schematy o tej samej wartości iloczynu $n \cdot b$, których należy poszukiwać wśród pewnej klasy schematów o określonym stosunku liczby elementów do liczby pomiarów. Ponieważ ta klasa schematów powstaje przez rozbudowę

schematów pełnych o innych, mniejszych liczebnościach grup, charakteryzuje ją to, że stosunek liczby elementów do liczby pomiarów, w których bierze udział każdy element jest równy $\frac{k}{k-1}$, gdzie k przybiera wartości dodatnie i całkowite od 2 do m . Schematami optymalnymi w sensie spełnienia kryterium /13/ są te schematy spośród należących do powyższej klasy, których graficzne przedstawienie nie zawiera zamkniętych konturów będących trójkątami. Schematy optymalne Bánkúti'ego mają dodatkowo tę właściwość, że algorytmy interkomparacji są stosunkowo proste - do opracowania wyników interkomparacji może być zastosowany tylko kalkulator elektroniczny, podczas gdy zazwyczaj potrzebna jest maszyna cyfrowa.

Bánkúti nie obliczył stosunku $n \cdot b$ dla schematów innych niż optymalne. Okazuje się jednak, że istnieje wiele schematów o iloczynie $n \cdot b$ wprawdzie większym niż w przypadku schematu pełnego, lecz różniącym się zaledwie o kilka procent, co praktycznie odbiera znaczenie wyborowi schematu wg Bánkúti'ego. Inną wadą stosowanego przez niego kryterium jest zbyt duża pracochłonność schematów optymalnych. Doświadczenie uczy, że wskutek trudności z utrzymaniem stałych warunków pomiaru, zmęczenia eksperymentatora i związanych z nim prób niedozwolonego upraszczania techniki pomiaru niepewność uzyskanych wyników powiększa się przy zwiększeniu pracochłonności pomiarów ponad pewien próg. Słuszniejsze wydaje się oparcie kryterium wyboru schematu interkomparacji na warunku

$$n \frac{s(a_k)}{s} = n \sqrt{b} = \min \quad /14/$$

Kryterium to wynika z prac Kubacka [4]. Jest również stosowane przez Dunna [2]. W kryterium tym walory metrologiczne schematu /niepewność/ i ekonomiczne /liczba pomiarów/ są równoprawne, czego nie można powiedzieć o kryterium Bánkúti'ego, które faworyzuje walory metrologiczne schematu

/niepewność w kwadracie, liczba pomiarów w pierwszej potęg-
dze/.

Przy wyborze schematu interkomparacji o liczbie pomia-
rów n nieznacznie tylko przekraczającej liczbę elementów
wzorca m może się okazać, że liczba stopni swobody $n+1-m$
jest zbyt mała dla poprawnego oszacowania niepewności po-
miaru. Stanowi to ograniczenie w stosowaniu schematów op-
tymalnych w sensie kryterium /14/.

6. SPRAWNOŚĆ SCHEMATU INTERKOMPARACJI WZORCA GRUPOWEGO

Schemat interkomparacji można ocenić na podstawie trzech
informacji:

- o liczbie elementów wzorca grupowego, których wartości
wyznaczane są metodą interkomparacji;
- o przekładni wariancyjnej schematu, czyli stosunku wa-
riancji danych wyjściowych do wariancji danych wejścio-
wych w procedurze interkomparacji;
- o liczbie pomiarów.

Informacje te łączy w sobie parametr, który nazwiemy
sprawnością schematu interkomparacji /SSI/. Jest on określo-
ny wzorem

$$SSI = \frac{m}{n} \sqrt{\frac{s^2}{s^2(\hat{a}_k)}} = \frac{m}{n \sqrt{b}} \quad /15/$$

gdzie m - liczba elementów wzorca grupowego,

n - liczba pomiarów,

s^2 - estymator wariancji pomiarów,

$s^2(\hat{a}_k)$ - estymator wariancji dla wyznaczonej wartości \hat{a}_k
elementu wzorca grupowego,

b - przekładnia wariancyjna schematu interkompa-
racji.

Ze względu na zależność estymatorów s^2 i $s^2(\hat{a}_k)$ od me-
tody estymacji należałoby może nazwać parametr SSI określo-

ny wzorem /15/ sprawnością schematu interkomparacji pod wa-
runkiem zastosowania metody najmniejszej sumy kwadratów. Na-
leży również zwrócić uwagę na zależność przekładni wariancyj-
nej schematu od niepewności wartości grupowej. Aby wyniki po-
równywania schematów interkomparacji na podstawie wartości
SSI były jednoznaczne, przyjmuje się założenie o nieskończe-
nie małej niepewności wartości grupowej. SSI określoną przy
przyjęciu tego założenia nazwiemy teoretyczną sprawnością
schematu interkomparacji. Można teraz sformułować kryterium wy-
boru schematu interkomparacji w sposób następujący

$$SSI = \max \quad /16/$$

Maksymalna sprawność schematu interkomparacji oznacza moż-
liwość otrzymania dużej liczby informacji o małej niepewności
przy możliwie małej pracochłonności. Kryterium oparte na SSI
pozwala porównywać ze sobą schematy interkomparacji o różnych
liczebnościach grup.

7. WYBÓR SCHEMATU NA PODSTAWIE KRYTERIUM SSI

Wykonano obliczenia teoretycznej przekładni wariancyjnej
i SSI dla schematów symetrycznych o liczebnościach grup od
4 do 12. Wyniki podano w tablicach 2 i 3. Zostały one wyko-
rzystane przy wyborze schematów interkomparacji grupowych
wzorców napięcia stałego CIPT i PKNMiJ o liczebnościach 8,
10 i 12. Na podstawie kryterium $SSI = \max$ zaleca się nastę-
pujące schematy interkomparacji

przy $m = 8$ schemat 1 lub 1+4 /3+4/ lub 1+3

przy $m = 10$ schemat 1+5 /2+5, 4+5/ lub 1+3

przy $m = 12$ schemat 1+6 /5+6/ lub 1+3

Schematy zalecane przez Bánkúti'ego mają sprawność zna-
cznie mniejszą.

Tablica 2

Teoretyczna przekładnia wariancyjna symetrycznych schematów interkomparacji

$\frac{m}{p}$	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	0,31	0,40	0,49	0,57	0,66	0,74	0,82	0,91	0,99
3	0,19	-	od 0,25 do 0,26	-	0,30	-	od 0,34 do 0,72	-	0,39
4	-	0,16	0,18	0,20	od 0,20 do 0,22	od 0,22 do 0,22	od 0,225 do 0,250	od 0,23 do 0,27	od 0,24 do 0,25
5	-	-	0,14	-	0,16	-	od 0,17 do 0,19	-	od 0,18 do 0,20
6	-	-	-	0,12	0,13	0,14	0,14	od 0,14 do 0,15	od 0,15 do 0,16
7	-	-	-	-	0,11	-	0,12	-	od 0,12 do 0,13
8	-	-	-	-	-	0,099	0,102	0,106	od 0,108 do 0,109
9	-	-	-	-	-	-	0,090	-	0,095
10	-	-	-	-	-	-	-	0,083	0,085
11	-	-	-	-	-	-	-	-	0,076

m - liczba elementów wzorca grupowego,

p - liczba pomiarów, w których bierze udział jeden element wzorca

Tablica 3

Teoretyczna sprawność schematu interkomparacji dla symetrycznych schematów interkomparacji

$\frac{m}{p}$	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	1,79	1,58	1,44	1,32	1,23	1,15	1,10	1,05	1,00
3	1,54	-	od 1,30 do 1,33	-	1,22	-	od 0,79 do 1,14	-	1,07
4	-	1,25	1,18	1,13	od 1,08 do 1,11	od 1,03 do 1,07	od 0,99 do 1,05	od 0,97 do 1,04	od 0,94 do 1,02
5	-	-	1,07	-	1,00	-	od 0,93 do 0,97	-	od 0,88 do 0,94
6	-	-	-	0,95	0,92	od 0,90 do 0,91	0,88	od 0,86 do 0,87	od 0,84 do 0,87
7	-	-	-	-	0,86	-	0,83	-	od 0,80 do 0,81
8	-	-	-	-	-	0,80	0,78	0,77	0,76
9	-	-	-	-	-	-	0,74	-	0,72
10	-	-	-	-	-	-	-	0,70	0,69
11	-	-	-	-	-	-	-	-	0,66

m - liczba elementów wzorca grupowego,

p - liczba pomiarów, w których bierze udział każdy element wzorca

Zbadano również sprawność niektórych niesymetrycznych schematów interkomparacji - tych mianowicie, które mogły być zastosowane w interkomparacji 18 - elementowego grupowego przetwornika napięcia przemiennego na stałe /por. rys. 5/. Oczywiście, ze względu na asymetrię tych schematów, do obliczeń SSI wzięto średnią przekładnię wariancyjną \bar{b} . Co więcej obliczono \bar{b} i SSI nie stosując założenia o nieograniczonej małej niepewności wartości grupowej, lecz przyjmując 3 szczególne wartości wag równania definicyjnego: 9/100, 1 i 9 mające znaczenie praktyczne. Otrzymano więc nie teoretyczną przekładnię wariancyjną i teoretyczną sprawność schematu interkomparacji, lecz wartości tych parametrów w konkretnych warunkach jednakowych dla wszystkich badanych schematów. Wyniki obliczeń podano w tablicach 4 i 5. Na podstawie tych wyników wybrano schematy interkomparacji oznaczone jako schemat 2 i 3.

Wyniki podane w tablicy 5 pozwalają sformułować jeszcze jedno zalecenie dotyczące wyboru schematu interkomparacji. Oto w miarę zmniejszania się wagi równania definicyjnego wartości grupowej korzyści stosowania założonych schematów interkomparacji maleją.

Tablica 4

Średnia przekładnia wariancyjna dla wybranych /por. rys. 5/ niesymetrycznych schematów interkomparacji

Nr schematu		1	2	3	4	5
\bar{b}	w=9	0,58	1,99	1,03	0,65	0,83
	w=1	1,48	2,88	1,93	1,54	1,72
	w=0,09	11,7	13,1	12,1	11,8	11,9

w - waga równania definicyjnego wartości grupowej

Tablica 5

Sprawność schematu interkomparacji dla wybranych /por. rys. 5/ niesymetrycznych schematów interkomparacji

Nr schematu		1	2	3	4	5
SSI	w=9	0,57	0,71	0,71	0,70	0,60
	w=1	0,36	0,59	0,52	0,45	0,42
	w=0,09	0,13	0,28	0,21	0,16	0,16

w - waga równania definicyjnego wartości grupowej

8. SCHEMATY INTERKOMPARACJI W PRAKTYCE LABORATORIÓW METROLOGICZNYCH CIPT I PKNMIJ

W procedurze utrzymywania grupowego przetwornika napięcia przemiennego na stałe w CIPT stosowany jest z powodzeniem schemat oznaczony na rys. 5 numerem 3. Schemat ten, przy wadze równania definicyjnego równej 9, ma taką samą sprawność jak prosty schemat 2, a jednocześnie charakteryzuje się dobrymi właściwościami metrologicznymi - obok małej przekładni wariancyjnej, obok dostatecznie dużej liczby stopni swobody $n - m + 1$ dla poprawnego oszacowania wariancji wyniku pomiaru s^2 liczy się i to, że znaczna liczba pomiarów wykonywana jest w warunkach optymalnych dla układu pomiarowego. Próby interkomparacji w najbardziej złożonym układzie 1 nie prowadziły do liczącego się zmniejszenia niepewności estymowanych parametrów.

Bardzo interesujące były wyniki interkomparacji grupowego wzorca napięcia stałego w PKNMIJ. Dla interkomparacji tej zaplanowano schemat 1+3 lub 1+6 o bardzo dobrej sprawności i stosunkowo małej przekładni wariancyjnej. Jednakże w PKNMIJ zdecydowano się wykonać interkomparację w schemacie pełnym podwojonym /przy obu polaryzacjach porównań/, chcąc

w pełni wykorzystać możliwość opracowania danych z interkomparacji na EMC w Ił. Oznaczało to kilkakrotne wykonanie 132 pomiarów o bardzo dużej precyzji. W rezultacie albo nie zachowano stałych warunków pomiaru wskutek długiego trwania interkomparacji, albo może chcąc skrócić czas pomiaru zastosowano niedopuszczalne uproszczenia w technice pomiaru /np. brak kalibracji układu pomiarowego w dostatecznie krótkich odstępach czasu/, w każdym razie oszacowana wartość wariancji błędu pomiaru była prawie dziesięciokrotnie większa od spodziewanej. Wpływu zwiększonej przez nadmierne błędy niepewności pomiaru na niepewność estymowanych wartości elementów wzorca grupowego nie równoważyło zmniejszenie się przekładni wariancyjnej wskutek rozbudowania schematu interkomparacji. Eksperyment przeprowadzony w PKNMiJ można potraktować jako przykład potwierdzający wywody niniejszego artykułu.

WYKAZ LITERATURY

1. Bánkúti L.: Razrabotka optimalnych schiem sliczenija gruppowych etałonow i metodow wyczislenija wierojatnych znaczenij etałonow i ocenki progriesznostiej. Protokoł sowieszczanija specialistow stran czlenow SEW po mietrologii. 7-10-III 1978, Budapeszt, RWPG. Stała Komisja ds. Normalizacji.
2. Dunn A.F.: Maintenance of a Laboratory Unit of Voltage. IEEE Trans. IM, vol. 20, No. 1, 1971.
3. Grabe M.: Note on the Application of the Method of Least Squares. Metrologia, vol. 14, No. 4, 1978.
4. Kubaček L.: The Homogeneity of Precision and the Optimality of Measuring of Derived Etalons of Length. Metrologia, vol. 7, No. 1, 1971.
5. Prowse D.B, Anderson A.R.: Calibration of a Set of Masses in Terms of One Mass Standars. Metrologia vol. 10, No. 4, 1974.
6. Rao CR.: Modele liniowe statystyki matematycznej. PWN, Warszawa 1982.

7. Rau Z.: Algorytmy interkomparacji wzorca grupowego. Ił, Warszawa 1983. Referaty Problemowe Ił, z.62, 1983.
8. Rau Z.: Raport o wynikach badania symetrycznych schematów interkomparacji wzorców grupowych o liczebności od 4 do 12. Praca 5.12.06. Ił, Warszawa 1979.

BIBLIOTEKA
Instytutu Łączności
Nr S-9276